1.1. Skup prirodnih, cijelih i racionalnih brojeva

Broj sati: 2

*Udžbenik: stranice 8. – 15.*

**Odgojno – obrazovni ishod**

A.8.3. Prepoznaje odnose među skupovima N, Z, Q, I i R te raspravlja o pripadnosti rješenja jednadžbe

skupu brojeva.

**Međupredmetne teme**

uku A.3.2. Primjena strategija učenja i rješavanje problema

uku A.3.4. Učenik kritički promišlja i vrednuje ideje uz podršku učitelja.

uku B.3.3. Učenik regulira svoje učenje mijenjanjem plana ili pristupa učenju, samostalno ili uz poticaj učitelja.

uku B.3.4. Učenik samovrednuje proces učenja i svoje rezultate, procjenjuje ostvareni napredak te na temelju toga planira buduće učenje.

osr A.3.1. Razvija sliku o sebi.

osr A.3.3. Razvija osobne potencijale.

osr B.3.2. Razvija komunikacijske kompetencije i uvažavajuće odnose s drugima

osr B.3.4. Suradnički uči i radi u timu.

ikt A.3.2. Učenik se samostalno koristi raznim uređajima i programima.

**Tijek nastavnih sati**

* **Skup prirodnih, cijelih i racionalnih brojeva**

**Aktivnost 1 – Ponovimo**

Učenici su do sada upoznali nekoliko skupova brojeva, računske radnje s tim brojevima, svojstva tih skupova brojeva i prikazivanje tih brojeva na brojevnom pravcu.

To su: skup prirodnih brojeva (**N)**, skup prirodnih brojeva zajedno s brojem 0 (**N0**), skup cijelih brojeva (**Z**) i skup racionalnih brojeva (**Q**).

Učenici rješavaju nastavni listić (*Prilog 1*). Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje) te prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o spomenutim skupovima brojeva (vrednovanje za učenje).

**Skup prirodnih brojeva:** **N** = {1, 2, 3, ...}

**Skup prirodnih brojeva zajedno s brojem 0:** **N0** = {0, 1, 2, 3, ...}

**Skup cijelih brojeva:Z** = {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}

**Skup racionalnih brojeva:** 

**Aktivnost 2 – Odnos između skupa prirodnih i cijelih brojeva**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 1.* učitelj pokazuje u kakvom su odnosu skupa prirodnih i cijelih brojeva.

Elementi skupa prirodnih brojeva **N**, ujedno su i elementi skupa cijelih brojeva **Z**.

To zapisujemo ovako: **N ⊆ Z** i čitamo: **skup N je podskup skupa Z**.

Skup cijelih brojeva **Z** sadrži sve elemente skupa prirodnih brojeva **N**, te nulu i negativne cijele brojeve pa onda kažemo da je **skup N pravi podskup skupa Z** i to zapisujemo ovako: **N ⊂ Z** .

Prikaz skupa prirodnih brojeva **N** i skup cijelih brojeva **Z** Vennovim dijagramom:

–8

N

**Z**

2

5

1

10

705

–3

–11

–95

Vrijedi i: **N** ∪ **Z = Z** i **N** ∩ **Z = N** .

**Aktivnost 3 – Odnos između skupa cijelih brojeva i skupa racionalnih brojeva**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 2.* učitelj pokazuje u kakvom su odnosu skupa cijelih i racionalnih brojeva.

Elementi skupa cijelih brojeva **Z**, ujedno su i elementi skupa racionalnih brojeva **Q**.

To zapisujemo ovako: **Z ⊆ Q** i čitamo: **skup Z je podskup skupa Q**.

Skup racionalnih brojeva **Q** sadrži sve elemente skupa cijelih brojeva **Z**, te još npr. brojeve  pa onda kažemo da je **skup Z pravi podskup skupa Q** i to zapisujemo ovako: **Z ⊂ Q** .

Prikaz skupa prirodnih brojeva **Z** i skup cijelih brojeva **Q** Vennovim dijagramom:

–8

**Z**

**Q**

–3

–11

–95

Vrijedi i: **Z** ∪ **Q = Q** i **Z** ∩ **Q = Z** .

**Aktivnost 4 – Odnos između skupova N, N0, Z i Q**

Uz razgovor s učenicima putem slajda 1 prezentacije (e-sfera: Realni brojevi -> Skup prirodnih, cijelih i racionalnih brojeva -> e-Matematika -> Skupovi brojeva)učitelj pokazuje međusobni odnos skupova **N, N0, Z** i **Q** .

N

**Z**

**Q**

N0

2

5

1

10

705

0

–3

–11

–95

Za navedene skupove vrijedi: **N ⊂ N0 ⊂ Z ⊂ Q** .

**Aktivnost 4 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju zadatke s Nastavnog listića te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.1.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.1. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1, 4– samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 4 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1– prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 4– listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred –

**Domaća zadaća**

* Prilozi pripremi – *Prilog 2*
* **Vrste decimalnog zapisa racionalnih brojeva (PROŠIRENI SADRŽAJ)**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje u paru**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o skupovima brojeva (vrednovanje za učenje).

Učenici u paru u bilježnicu odgovaraju na pitanja iz rubrike Jeste li razumjeli?

* Objasnite je li skup prirodnih brojeva sadržan u skupu cijelih brojeva.
* Objasnite jesu li skup prirodnih brojeva i skup cijelih brojeva sadržani u skupu

racionalnih brojeva.

* Je li skup prirodnih brojeva sadržan u skupu racionalnih brojeva? Objasnite.
* Napišite tri razlomka koja pripadaju skupu Z. Obrazložite.

Zatim kroz razgovor argumentiraju objašnjenje u paru. Učitelj moderira raspravu (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 2 – Prividni razlomci kao decimalni brojevi**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 3.* učitelj pokazuje decimalni zapis prividnog razlomka.

Učenici rješavaju zadatak 2. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Istraživanje: Kako nastaje konačan decimalni broj?**

Učitelj učenicima dijeli listić (*Prilog 3*) i daje upute za istraživanje ili učenici koriste udžbenik (str.11), a rezultate zapisuju u bilježnicu.

Do kraja skraćen razlomak može se zapisati kao **konačan decimalan broj** ako rastav njegova nazivnika na proste faktore sadrži isključivo faktore 2 i 5 (ili samo jednog od njih).

Učenici rješavaju zadatak 3. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Razlomci kao čisto periodični decimalni brojevi**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 4.* učitelj pokazuje kako pri dijeljenju brojnika nazivnikom možemo dobiti decimalan broj koji ima beskonačno mnogo decimala pri čemu se uzastopno (periodično) ponavlja jedna znamenka ili skupina više znamenki.

Jednu znamenku ili skupinu znamenki koja se uzastopno ponavlja nazivamo **period**.

Beskonačne decimalne brojeve kojima period počinje neposredno iza decimalne točke nazivamo **čisto periodični decimalni brojevi**.

Do kraja skraćen razlomak može se zapisati kao čisto periodični decimalni broj ako rastav njegova nazivnika na proste faktore ne sadrži ni faktor 2, ni faktor 5.

Učenici rješavaju zadatak 4. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 5 – Razlomci kao mješovito periodični decimalni brojevi**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 5.* učitelj pokazuje kako pri dijeljenju brojnika nazivnikom možemo dobiti decimalan broj koji ima beskonačno mnogo decimala pri čemu se ispred perioda pojavljuje znamenka ili skupina znamenki koje nisu dio perioda.

**Pretperiod** je znameka ili skupina znamenki ispred perioda koje nisu dio perioda.

Beskonačne decimalne brojeve kojima period počinje nakon jedne ili više znamenki pretperioda nazivamo **mješovito periodični decimalni brojevi**.

Do kraja skraćen razlomak može se zapisati kao mješovito periodični decimalni broj ako rastav njegova nazivnika na proste faktore uz 2 i/ili 5 sadrži i druge brojeve.

Učenici rješavaju zadatak 5. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 6 – Decimalni brojevi kao razlomci**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 6.* učitelj pokazuje kako decimalne brojeve napisati u obliku razlomka.

Učenici rješavaju zadatak 6. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 7 – Kako se periodični decimalni broj zapisuje u obliku razlomka?**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 7.* učitelj pokazuje kako se periodični decimalni broj zapisuje u obliku razlomka.

Učenici rješavaju zadatak 7. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 8 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju zadatke na e-sferi: Realni brojevi -> Skup prirodnih, cijelih i racionalnih brojeva -> Matematika + -> provjera znanja Skup prirodnih, cijelih i racionalnih brojeva (kratki kviz) te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.2.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.2. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1 – 8 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* e-sfera: Realni brojevi -> Skup prirodnih, cijelih i racionalnih brojeva -> Matematika + -> provjera znanja Skup prirodnih, cijelih i racionalnih brojeva (kratki kviz)
* Aktivnost 8 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 8 – listići za vrednovanje za učenje

**Razrađeni problemski zadaci, zadaci za poticanje kritičkog razmišljanja, kreativnosti i/ili istraživački zadaci**

* Aktivnost 3 (*Prilog 3*)

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Dodatni zadatci: 18., 19.
* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 8. – 16.
* e-sfera: Realni brojevi -> Skup prirodnih, cijelih i racionalnih brojeva -> Matematika + -> provjera znanja Skup prirodnih, cijelih i racionalnih brojeva (dugi kviz)

**Prilozi pripremi**

**Prilog 1: Nastavni listić – Skupovi N, N0, Z i Q**

Dopunite.

* Kako nazivamo brojeve kojima se koristimo pri brojanju i prebrojavanju neke količine?

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

* Slovom **N** označavamo skup \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ i zapisujemo

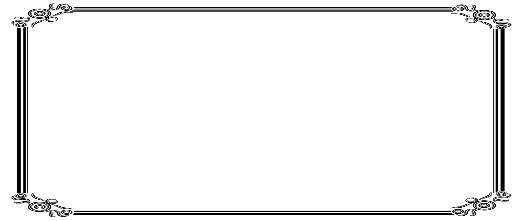
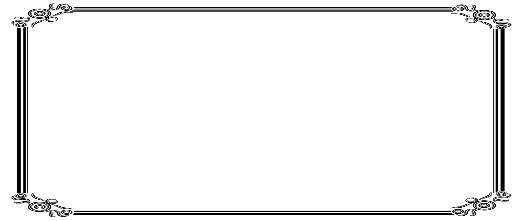
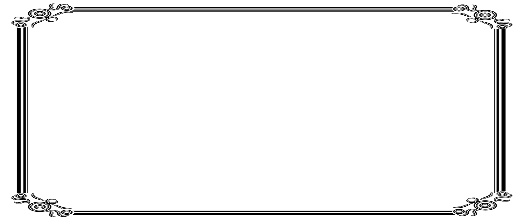
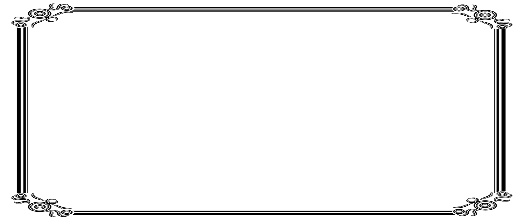
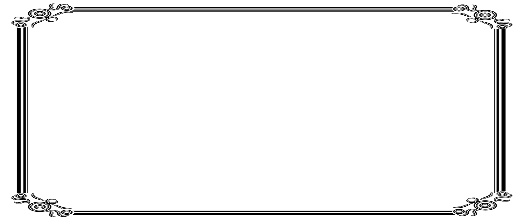
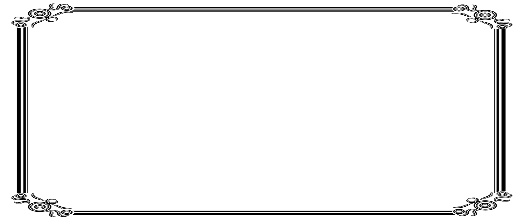
**N** = .

* Da broj 5 pripada skupu **N** kraće zapisujemo \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ .
* Pripada li broj 0 skupu **N** ? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
* Skup svih prirodnih brojeva zajedno s brojem 0 čini skup brojeva kojeg označavamo s **N0** i zapisujemo **N0** = .
* Zbrajanjem prirodnih broja dobivamo uvijek \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ , ali razlika dvaju prirodnih brojeva nije uvijek prirodni broj.
* Razlika brojeva 4 i 7 pripada skupu \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ kojeg označavamo slovom **Z** i zapisujemo **Z** = .
* Zbrajanjem cijelih broja dobivamo \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ . Oduzimanjem cijelih broja dobivamo \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ . Množenjem cijelih broja dobivamo \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ , ali količnik cijelih brojeva nije uvijek cijeli broj .
* Količnik brojeva –2 i 7 pripada skupu \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ kojeg označavamo slovom **Q** i zapisujemo **Q** = .

**Prilog 2: Nastavni listić – domaća zadaća**

Izračunajte vrijednost brojevnog izraza, a zatim obojite polje:

* žuto ako je rješenje u skupu **N**
* crveno ako je rješenje u skupu **Z**
* plavo ako je rješenje u skupu **Q**















**Prilog 3: Istraživanje – Kako nastaje konačan decimalni broj?**

* Napišite razlomke u obliku decimalnih brojeva:

* Jeste li dobili konačne decimalne brojeve? ­­­­­­­\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
* Za svaki nazivnik odredite njegov rastav na proste faktore.

5 8 25 80

* Koji se prosti faktori pojavljuju u rastavu svih navedenih razlomaka? ­­­­­­­­\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
* Napišite još dva razlomaka koji u nazivniku imaju broj čiji rastav sadržava istaknute brojeve.

Razlomke koje ste napisali zapišite u obliku decimalnog broja. Jeste li dobili konačne decimalne brojeve?

* Razlomke zapišite u decimalnom obliku. Koji se prosti faktori nalaze u rastavu tih nazivnika? Jeste li sada

dobili konačne decimalne brojeve? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

* Izvedite zaključak! Kakav mora biti nazivnik neskrativog razlomka da bi njegov decimalni zapis bio konačan decimalan broj?­­­­ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
* Ispitajte svoj zaključak na još nekoliko razlomaka.

**Primjeri listića za vrednovanje kao učenje, vrednovanje za učenje i vrednovanje naučenoga**

**Vrednovanje kao učenje**

**Primjer 1:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Kako označavamo skup cijelih brojeva?
* Matematičkim simbolima zapišite: Broj –7 ne pripada skupu prirodnih brojeva.
* Napišite jedan racionalni broja koji je ujedno i cijeli broj.
* Vrijedi li tvrdnja **N** ∩ **Q = N** ?
* Kojem skupu pripada broj ?

♦ Pitanja:

* Kako označavamo skup racionalnih brojeva?
* Matematičkim simbolima zapišite: Broj –7 pripada skupu cijelih brojeva.
* Napišite jedan racionalni broja koji je ujedno i prirodni broj.
* Vrijedi li tvrdnja **N** ∩ **Z = Z** ?
* Kojem skupu pripada broj ?

**Primjer 2:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Razlomak  napišite u decimalnom obliku.
* Razlomak  napišite u decimalnom obliku.
* Prema rastavu nazivnika na proste faktore odredi vrstu decimalnog zapisa razlomka .

♦ Pitanja:

* Razlomak  napišite u decimalnom obliku.
* Razlomak  napišite u decimalnom obliku.
* Prema rastavu nazivnika na proste faktore odredi vrstu decimalnog zapisa razlomka .

**Vrednovanje za učenje**

**Primjer 1:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

* **N** U **N0 = N0**
* **Z**
* **N⊂ Z**

Zadatci:

* Napišite jedan cijeli broja koji je ujedno i prirodni broj.
* Kojem skupu pripada broj ?

**Primjer 2:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

* Decimalni zapis razlomka  je konačan.
* Decimalni zapis razlomka  je mješovito periodični.
* Decimalni zapis razlomka  je čisto periodični.

Zadatci:

* Decimalni broj –3.7 napišite u obliku razlomka.
* Decimalni broj napišite u obliku razlomka

**Nastavni listići**

1. Dopunite tablicu.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **broj** | –8.2 |  | 11 | –9 |  | 0 |
| **skup kojem pripada broj** |  |  |  |  |  |  |

2. Izračunajte pa odgovorite kojem skupu pripada rješenje.

a) –12 : 6 + 5 + 6 : (1 – 3) = b) =

c) =

3. Ima li jednadžba  rješenje u skupu **Z** ?

**Rješenja nastavnog listića**

1.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **broj** | –8.2 |  | 11 | –9 |  | 0 |
| **skup kojem pripada broj** | **Q** | **Q** | **N** | **Z** | **Z** | **N0** |

2. a) 0  **N0**, b) 1 **N**, c) –4  **Z**

3. x = **Z**

1.2. Kvadriranje racionalnih brojeva

Broj sati: 2

*Udžbenik: stranice 16. – 21.*

**Odgojno – obrazovni ishod**

A.8.2. Računa s potencijama racionalne baze i nenegativnoga cjelobrojnog eksponenta.

**Međupredmetne teme**

uku A.3.2. Primjena strategija učenja i rješavanje problema

uku A.3.4. Učenik kritički promišlja i vrednuje ideje uz podršku učitelja.

uku B.3.3. Učenik regulira svoje učenje mijenjanjem plana ili pristupa učenju, samostalno ili uz poticaj učitelja.

uku B.3.4. Učenik samovrednuje proces učenja i svoje rezultate, procjenjuje ostvareni napredak te na temelju toga planira buduće učenje.

osr A.3.1. Razvija sliku o sebi.

osr A.3.3. Razvija osobne potencijale.

osr B.3.2. Razvija komunikacijske kompetencije i uvažavajuće odnose s drugima

osr B.3.4. Suradnički uči i radi u timu.

ikt A.3.2. Učenik se samostalno koristi raznim uređajima i programima.

**Tijek nastavnih sati**

* **Kvadriranje racionalnih brojeva**

**Aktivnost 1 – Ponovimo**

Učenici su se u petom razredu susreli s postupkom kvadriranja.

Uz razgovor s učenicima pomoću prezentacije (e-sfera: Realni brojevi -> Kvadriranje racionalnih brojeva -> e-Matematika -> Pojam kvadrata broja)učitelj ukazuje na vezu računanja površine kvadrata i pojma kvadriranja. Učenici računaju površine zadanih kvadrata zapisujući postupak umnoška dvaju jednakih faktora na kraći način, čitaju zapisano, … učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika (vrednovanje za učenje).

**Računsku radnju u kojoj zadani broj množimo samim sobom nazivamo kvadriranje.**



**Aktivnost 2 – Kvadriranje racionalnih brojeva**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 8.* i/ili pomoću slajda 1 prezentacije (e-sfera: Realni brojevi -> Kvadriranje racionalnih brojeva -> e-Matematika -> Svojstva kvadrata)učitelj pokazuje postupak kvadriranja racionalnih brojeva.

**Kvadrat racionalnog broja uvijek je pozitivan broj ili nula.**



Učenici rješavaju zadatke 20. i 21. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Kvadrati suprotnih brojeva**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 9.* i/ili pomoću slajda 2 prezentacije (e-sfera: Realni brojevi -> Kvadriranje racionalnih brojeva -> e-Matematika -> Svojstva kvadrata)učitelj pokazuje da su kvadrati suprotnih racionalnih brojeva jednaki.

**Kvadrati suprotnih brojeva su jednaki.**



**Aktivnost 4 – Kvadrati i zagrade kod negativnih brojeva**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 10.* učitelj ukazuje na značaj zagrade pri kvadriranju cijelih brojeva.



Učenici rješavaju zadatak 22. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 5 – Kvadrati i zagrade kod razlomaka**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 11.* učitelj ukazuje na značaj zagrade pri kvadriranju razlomaka. Ako se razlomak nalazi u zagradi, npr. , tada kvadriramo cijeli razlomak. U slučaju da je zagrada izostavljena, npr. , tada kvadriramo samo brojnik.

Učenici rješavaju zadatke 23., 24. i 25. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 6 – Kvadriranje pomoću tablice kvadrata ili džepnog računala**

Pri kvadriranju velikih brojeva ili brojeva s više decimala računanje može nam oduzeti mnogo vremena pa se koristimo tablicom kvadrata (*Prilog 1*) ili džepnim računalom.

Učenici rješavaju zadatke 26. i 27. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.1.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.1. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 2,4,5,6 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 6 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1– prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 6 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 46. – 48.
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred –

**Domaća zadaća**

* Zadaci za vježbu: 33. – 39.
* **Kvadriranje i redoslijed računskih radnji**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje u paru**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o kvadriranju racionalnih brojeva (vrednovanje za učenje).

Učenici u paru u bilježnicu odgovaraju na pitanja iz rubrike Jeste li razumjeli?

* Ako pogledamo smještaj kvadrata u tablici množenja, uočit ćemo jednu pravilnost: svi su poredani duž jedne linije. Opišite položaj kvadrata u tablici množenja i objasnite zašto je to tako.
* Kada vam netko kaže da izračunate „minus pet na kvadrat”, kako ćete to učiniti?
* Opišite razliku u izračunavanju kvadrata: (ab)2 i ab2.

Zatim kroz razgovor argumentiraju objašnjenje u paru. Učitelj moderira raspravu (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 2 – Redoslijed računskih radnji**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 12.* učitelj pokazuje kako izračunati vrijednost brojevnog izraza u kojem se pojavljuje i kvadriranje.

U brojevnom izrazu bez zagrada kvadriramo prije množenja i dijeljenja.

Ako u izrazu imamo i zagrade tada računamo ovim redoslijedom:

**ZAGRADE**

**MNOŽENJE I DIJELJENJE**

**ZBRAJANJE I ODUZIMANJE**

1.

4.

3.

**KVADRIRANJE**

2.

Učenici rješavaju zadatke 28. – 32. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Povežite i primijenite**

Učenici rješavaju zadatke 49.c – 51.c i samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju nastavni listić i/ili zadatke na e-sferi: Realni brojevi -> Kvadriranje racionalnih brojeva -> Matematika + -> provjera znanja Kvadriranje racionalnih brojeva (kratki kviz) te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.2.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.2. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 2,3,4 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* e-sfera: Realni brojevi -> Kvadriranje racionalnih brojeva -> Matematika + -> provjera znanja Kvadriranje racionalnih brojeva (kratki kviz)
* Aktivnost 4 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 4 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 42. – 45.
* Povežite i primijenite: 49.d – 51. d
* e-sfera: Realni brojevi -> Kvadriranje racionalnih brojeva -> Matematika + -> provjera znanja Kvadriranje racionalnih brojeva (dugi kviz)

**Prilozi pripremi**

**Prilog 1: Tablica kvadrata brojeva od 1 do 100**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **n** | **n2** | **n** | **n2** | **n** | **n2** | **n** | **n2** | **n** | **n2** |
| 1 | 1 | 21 | 441 | 41 | 1681 | 61 | 3721 | 81 | 6561 |
| 2 | 4 | 22 | 484 | 42 | 1764 | 62 | 3844 | 82 | 6724 |
| 3 | 9 | 23 | 529 | 43 | 1849 | 63 | 3969 | 83 | 6889 |
| 4 | 16 | 24 | 576 | 44 | 1936 | 64 | 4096 | 84 | 7056 |
| 5 | 25 | 25 | 625 | 45 | 2025 | 65 | 4225 | 85 | 7225 |
| 6 | 36 | 26 | 676 | 46 | 2116 | 66 | 4356 | 86 | 7396 |
| 7 | 49 | 27 | 729 | 47 | 2209 | 67 | 4489 | 87 | 7569 |
| 8 | 64 | 28 | 784 | 48 | 2304 | 68 | 4624 | 88 | 7744 |
| 9 | 81 | 29 | 841 | 49 | 2401 | 69 | 4761 | 89 | 7921 |
| 10 | 100 | 30 | 900 | 50 | 2500 | 70 | 4900 | 90 | 8100 |
| 11 | 121 | 31 | 961 | 51 | 2601 | 71 | 5041 | 91 | 8281 |
| 12 | 144 | 32 | 1024 | 52 | 2704 | 72 | 5184 | 92 | 8464 |
| 13 | 169 | 33 | 1089 | 53 | 2809 | 73 | 5329 | 93 | 8649 |
| 14 | 196 | 34 | 1156 | 54 | 2916 | 74 | 5476 | 94 | 8836 |
| 15 | 225 | 35 | 1225 | 55 | 3025 | 75 | 5625 | 95 | 9025 |
| 16 | 256 | 36 | 1296 | 56 | 3136 | 76 | 5776 | 96 | 9216 |
| 17 | 289 | 37 | 1369 | 57 | 3249 | 77 | 5929 | 97 | 9409 |
| 18 | 324 | 38 | 1444 | 58 | 3364 | 78 | 6084 | 98 | 9604 |
| 19 | 361 | 39 | 1521 | 59 | 3481 | 79 | 6241 | 99 | 9801 |
| 20 | 400 | 40 | 1600 | 60 | 3600 | 80 | 6400 | 100 | 10000 |

**Primjeri listića za vrednovanje kao učenje, vrednovanje za učenje i vrednovanje naučenoga**

**Vrednovanje kao učenje**

**Primjer 1:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte s pomoću tablice kvadrata .

♦ Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte s pomoću tablice kvadrata .

**Primjer 2:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .

♦ Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .

**Vrednovanje za učenje**

**Primjer 1:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

* 
* 
* 

Zadatci:

* Izračunajte .
* Izračunajte s pomoću tablice kvadrata .

**Primjer 2:** Izlazna kartica

Učenici odgovaraju na postavljena pitanja na listić papira.

1. Što znači kvadrirati broj?

2. Kojim ćemo redoslijedom računati kada se u

zadatku pojavi i kvadriranje?

3. Izračunajte .

**Nastavni listići**

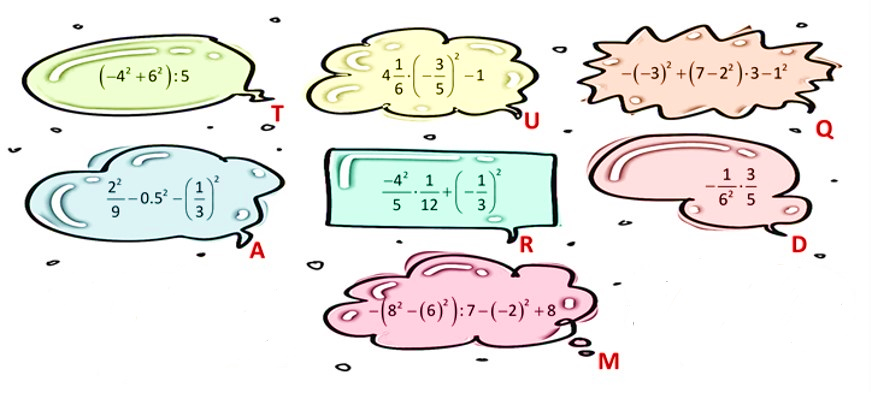
1. Spojite broj s njegovim kvadratom.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | 1.2 |  |
|  |  |  |  |  |  |
| 0.04 |  |  | 0.25 |  | 1.44 |

2. Usporedite:

a)  b)  c) 

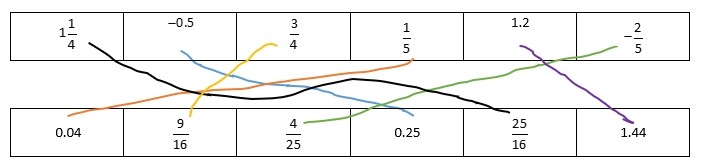
3. Uparite zadatak i njegovo rješenje i otkrijte od koje latinske riječi potječe naziv za kvadriranje.



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| –1 |  |  |  |  |  | 4 |  | 0 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Prijevod dobivene riječi na hrvatski je: \_\_ \_\_ \_\_ \_\_ \_\_ \_\_ \_\_ .

**Rješenja nastavnog listića**

1.

2. a)  b)  c) 

3.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| –1 |  |  |  |  |  | 4 |  | 0 |
| Q | U | A | D | R | A | T | U | M |

KVADRAT (lat. quadratum)

1.3. Kvadrat umnoška i količnika

Broj sati: 3

*Udžbenik: stranice 22. – 27.*

**Odgojno – obrazovni ishod**

A.8.2. Računa s potencijama racionalne baze i nenegativnoga cjelobrojnog eksponenta.

**Međupredmetne teme**

uku A.3.2. Primjena strategija učenja i rješavanje problema

uku A.3.4. Učenik kritički promišlja i vrednuje ideje uz podršku učitelja.

uku B.3.3. Učenik regulira svoje učenje mijenjanjem plana ili pristupa učenju, samostalno ili uz poticaj učitelja.

uku B.3.4. Učenik samovrednuje proces učenja i svoje rezultate, procjenjuje ostvareni napredak te na temelju toga planira buduće učenje.

osr A.3.1. Razvija sliku o sebi.

osr A.3.3. Razvija osobne potencijale.

osr B.3.2. Razvija komunikacijske kompetencije i uvažavajuće odnose s drugima

osr B.3.4. Suradnički uči i radi u timu.

ikt A.3.2. Učenik se samostalno koristi raznim uređajima i programima.

**Tijek nastavnih sati**

* **Kvadrat umnoška**

**Aktivnost 1 – Istraživanje: Kako možemo kvadrirati umnožak?**

Učitelj učenicima dijeli listić (*Prilog 1*) i daje upute za istraživanje ili učenici koriste udžbenik (str.22), a rezultate zapisuju u bilježnicu. Zajedno s učiteljem, pomoću slajdova 2 - 4 prezentacije (e-sfera: Realni brojevi -> Kvadrat umnoška i količnika -> e-Matematika -> Kvadrat umnoška), kontroliraju dobivene rezultate (vrednovanje kao učenje) i izvode zaključke.

**Kvadrat umnoška** dvaju brojeva jednak je umnošku kvadrata tih brojeva.



Učitelj napominje da se navedena jednakost može čitati i zdesna nalijevo.

**Umnožak kvadrata** dvaju brojeva jednak je kvadratu umnoška tih brojeva.



**Aktivnost 2 – Umnožak kvadrata**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 13.* učitelj pokazuje kako uz korištenje pravila za umnožak kvadrata možemo na brži računati vrijednost takvog izraza.

Učenici rješavaju zadatke 52. – 54. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Kvadriranje višekratnika dekadskih jedinica**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 14.* učitelj pokazuje kako višekratnike brojeva 10, 100, 1 000... možemo kvadrirati primjenjujući pravilo o kvadriranju umnoška.

Učenici rješavaju zadatak 55. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Kvadriranje tri ili više faktora**

Uz razgovor s učenicima pomoću slajda 5 prezentacije (e-sfera: Realni brojevi -> Kvadrat umnoška i količnika -> e-Matematika -> Kvadrat umnoška)učitelj izvodi pravilo za kvadriranje triju ili više faktora.

Kvadrat umnoška racionalnih brojeva jednak je umnošku kvadrata tih brojeva.

Učenici rješavaju zadatke 56. i 57. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 5 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju zadatke 65.a, 66.a, 70.a te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.1.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.1. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1, 2, 3, 4, 5 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 5 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 5 – listići za vrednovanje za učenje

**Razrađeni problemski zadaci, zadaci za poticanje kritičkog razmišljanja, kreativnosti i/ili istraživački zadaci**

* Aktivnost 1 (*Prilog 1*)

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 73. – 76.
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 8 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred –

**Domaća zadaća**

* Zadaci za vježbu: 62., 65.b, 66.b, 70.b, 72.a
* **Kvadrat količnika**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o kvadratu umnoška (vrednovanje za učenje).

**Aktivnost 2 – Kvadriranje razlomka**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 15.* i/ili pomoću prezentacije (e-sfera: Realni brojevi -> Kvadrat umnoška i količnika -> e-Matematika -> Svojstva količnika)učitelj pokazuje kako kvadrirati razlomak.

**Razlomak kvadriramo tako da posebno kvadriramo brojnik i posebno nazivnik.**



Ovaj izraz možemo zapisati i u obliku količnika.

**Kvadrat količnika** dvaju brojeva jednak je količniku kvadrata tih brojeva.



I ovu jednakost možemo čitati i zdesna nalijevo.

**Količnik kvadrata** dvaju brojeva jednak je kvadratu količnika tih brojeva.



Učenici rješavaju zadatke 58. i 59. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Količnik kvadrata**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 16.* učitelj pokazuje kako uz korištenje pravila za količnik kvadrata možemo na brži računati vrijednost takvog izraza.

Učenici rješavaju zadatke 60. i 61. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju zadatke 66.c, 69.b, 71.a te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 5 – Povežite i primijenite**

Učenici rješavaju zadatak 78. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.2.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.2. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1, 2, 3, 4, 5 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 5 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 5 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 77.
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 7 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 63., 64., 65.c, 66.c, 69.c, 71.c
* Povežite i primijenite: 79.
* **Uvježbavanje**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje u paru**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o kvadriranju umnoška i količnika (vrednovanje za učenje).

Učenici u paru odgovaraju na pitanje iz rubrike Jeste li razumjeli?

* Opišite kako postupak pretvorbe umnoška kvadrata u kvadrat umnoška može ubrzati računanje.

Zatim slijedi razredna rasprava koju moderira učitelj (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 2 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju Nastavni listić te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Učenici rješavaju zadatke na e-sferi: Realni brojevi -> Kvadrat umnoška i količnika -> Matematika + -> provjera znanja Kvadrat umnoška i količnika (kratki kviz) te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.3.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.3. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnost 2 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* e-sfera: Realni brojevi -> Kvadrat umnoška i količnika -> Matematika + -> provjera znanja Kvadrat umnoška i količnika (kratki kviz)
* Aktivnost 2 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 2 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbe za učenike s teškoćama**

* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 8 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 67., 68.
* e-sfera: Realni brojevi -> Kvadrat umnoška i količnika -> Matematika + -> provjera znanja Kvadrat umnoška i količnika (dugi kviz)

**Prilozi pripremi**

**Prilog 1: Istraživanje: Kako možemo kvadrirati umnožak?**

* Dopunite tablicu.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***a*** | ***b*** | ***a ∙ b*** | ***a*2** | ***b*2** | ***a*2 *∙ b*2** | **(*a ∙ b*)2** |
| 1 | 2 |  |  |  |  |  |
| –1 | –2 |  |  |  |  |  |
| –3 | 4 |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 0.2 | 2.5 |  |  |  |  |  |

* Usporedite posljednja dva stupca. Što primjećujete?
* Zapišite zaključak matematičkom jednakošću.

**Primjeri listića za vrednovanje kao učenje, vrednovanje za učenje i vrednovanje naučenoga**

**Vrednovanje kao učenje**

**Primjer 1:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte primjenjujući jednakost .
* Izračunajte .

♦ Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte primjenjujući jednakost .
* Izračunajte .

**Primjer 2:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Primjenjujući jednakost  izračunajte:

1. 
2. 
3. 

* Primjenjujući jednakost  izračunajte:

1. 
2. 

♦ Pitanja:

* Primjenjujući jednakost  izračunajte:

1. 
2. 
3. 

* Primjenjujući jednakost  izračunajte:

1. 
2. 

**Primjer 3:** Lista za samoprocjenu 2(Prilog B)

Tvrdnje:

* Određujem kvadrat umnoška.
* Određujem kvadrat višekratnika dekadske jedinice.
* Određujem kvadrat monoma.
* Određujem kvadrat količnika.

**Vrednovanje za učenje**

**Primjer 1:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

* Kvadrat umnoška dvaju brojeva jednak je umnošku kvadrata tih brojeva.
* 
* 

Zadatci:

Primjenjujući jednakost  izračunajte:

1. 
2. 

**Primjer 2:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

* Razlomak kvadriramo tako da posebno kvadriramo brojnik, a posebno nazivnik.
* Količnik kvadrata dvaju brojeva jednak je kvadratu količnika tih brojeva.
* 

Zadatci:

* Izračunajte  .
* Izračunajte .

**Primjer 3:** Izlazna kartica

Učenici odgovaraju na postavljene zadatke na listić papira.

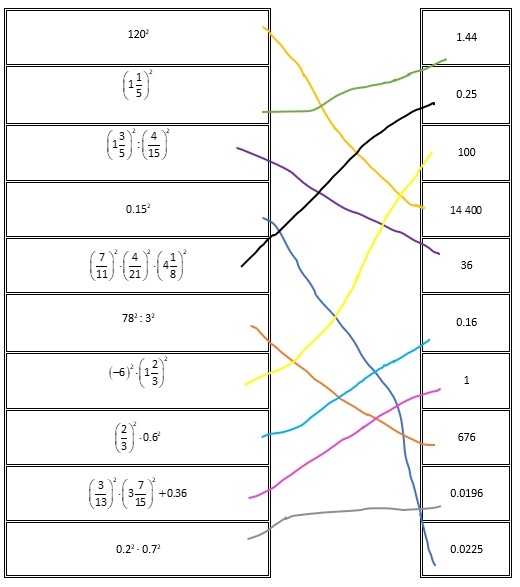
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .

**Nastavni listić**

Primjenom pravila izračunajte zadatke iz lijevom stupcu na što brži način pa ih spojite s njihovim rješenjem u desnom stupcu.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1202 |  | 1.44 |
|  |  | 0.25 |
|  |  | 100 |
|  |  |  |
|  |  | 36 |
| 782 : 32 |  | 0.16 |
|  |  | 1 |
|  |  | 676 |
|  |  | 0.0196 |
| 0.22 ∙ 0.72 |  | 0.0225 |

**Rješenja nastavnog listića**



1.4. Potenciranje racionalnih brojeva

Broj sati: 3

*Udžbenik: stranice 28. – 37.*

**Odgojno – obrazovni ishod**

A.8.2. Računa s potencijama racionalne baze i nenegativnoga cjelobrojnog eksponenta.

**Međupredmetne teme**

uku A.3.2. Primjena strategija učenja i rješavanje problema

uku A.3.4. Učenik kritički promišlja i vrednuje ideje uz podršku učitelja.

uku B.3.3. Učenik regulira svoje učenje mijenjanjem plana ili pristupa učenju, samostalno ili uz poticaj učitelja.

uku B.3.4. Učenik samovrednuje proces učenja i svoje rezultate, procjenjuje ostvareni napredak te na temelju toga planira buduće učenje.

osr A.3.1. Razvija sliku o sebi.

osr A.3.3. Razvija osobne potencijale.

osr B.3.2. Razvija komunikacijske kompetencije i uvažavajuće odnose s drugima

osr B.3.4. Suradnički uči i radi u timu.

ikt A.3.2. Učenik se samostalno koristi raznim uređajima i programima.

**Tijek nastavnih sati**

* **Potencija; zbrajanje i oduzimanje potencija**

**Aktivnost 1 – Vrednovanje naučenoga**

Učitelj provodi kratku pisanu provjeru kroz Listiće za vrednovanje naučenoga (1.1. – 1.3.) (vrednovanje naučenoga).

**Aktivnost 2 – Ponavljanje**

Učenici su u prethodnim razredima upoznali pojam potencije. Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o potenciji broja (vrednovanje za učenje).

Računsku radnju u kojoj broj *a* množimo sa samim sobom *n* puta nazivamo **potenciranje**.

Broj ***a*n** nazivamo ***n*-ta potencija broja *a*.**

*a · a · a ... a · a* = *a*n, *a* ∈ **Q**, *n* ∈ **N**

n faktora

POTENCIJA

baza

eksponent

**Aktivnost 3 – Zapis umnoška u obliku potencije**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 17.* učitelj pokazuje kako umnožak istih faktora zapisujemo u obliku potencije i čitamo dobiveni rezultat.

Učenici rješavaju zadatak 80. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Zbrajanje i oduzimanje potencija**

Potencije možemo množiti racionalnim brojem. Taj broj nazivamo **koeficijent potencije**.

Na primjer, u izrazu  broj 5 je koeficijent potencije.

Zbrajati i oduzimati možemo samo iste potencije, a to su potencije koje imaju jednake baze i jednake eksponente.

Potencije zbrajamo i oduzimamo primjenjujući svojstvo distributivnosti množenja prema zbrajanju i oduzimanju, i pritom zbrajamo odnosno oduzimamo njihove koeficijente.



Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 18.* učitelj pokazuje kako zbrajati i oduzimati potencije koje imaju jednake baze i jednake eksponente.

Učenici rješavaju zadatke 81. – 83. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 5 – Zbrajanje i oduzimanje različitih potencija**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 19.* učitelj pokazuje što raditi kada se u zadatku pojavljuju različite potencije. Također primjenjujemo svojstvo distributivnosti množenja prema množenju i oduzimanju, ali posebno za

svaku potenciju.

Učenici rješavaju zadatak 84. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.1.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.1. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 3, 4, 5 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 5 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
* Aktivnost 5 – listići za vrednovanje za učenje
* Vrednovanje naučenoga
* Aktivnost 1 – Listići za vrednovanje naučenoga

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 115.
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 8 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Dodatni zadatci: 116. – 119.
* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred –

**Domaća zadaća**

* Zadaci za vježbu: 111.
* **Množenje i dijeljenje potencija**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o potencijama te zbrajanju i oduzimanju potencija (vrednovanje za učenje).

Izračunajmo umnožak .

Vidimo da su baze jednake, a eksponenti različiti. Zapišimo svaki faktor u obliku umnoška.



Općenito: 

Potencije jednakih baza množimo tako da bazu prepišemo, a eksponente zbrojimo.



**Aktivnost 2 – Množenje potencija jednakih baza**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 20.* učitelj pokazuje kako pomnožiti potencije jednakih baza primjenjujući pravilo .

Učenici rješavaju zadatke 85. – 89. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Izračunavanje nepoznatog eksponenta**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 21.* učitelj pokazuje kako uz korištenje pravila za množenje potencija jednakih baza odrediti nepoznati eksponent jedne od potencija iz umnoška.

Učenici rješavaju zadatak 90. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Parnost potencije broja 1**

Promotrimo potencije broja –1.



Potencija s bazom -1 može biti ili 1 ili -1, ovisno o tome je li eksponent paran ili neparan prirodni broj.

, ako je **n neparan prirodni broj**

, ako je **n paran prirodni broj**

**Aktivnost 5 – Kako dijelimo potencije?**

Izračunajmo količnik .

Vidimo da su baze jednake, a eksponenti različiti. Zapišimo svaki faktor u obliku umnoška.



Općenito: 

Potencije jednakih baza dijelimo tako da bazu prepišemo, a eksponente oduzmemo.



**Aktivnost 6 – Dijeljenje potencija jednakih baza**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 22.* učitelj pokazuje kako podijeliti potencije jednakih baza primjenjujući pravilo .

Učenici rješavaju zadatke 91. – 95. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 7 – Određivanje nepoznatog eksponenta**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 23.* učitelj pokazuje kako uz korištenje pravila za dijeljenje potencija jednakih baza možemo odrediti nepoznati eksponent jedne od potencija iz količnika.

Učenici rješavaju zadatak 96. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 8 – Može li eksponent biti neki broj manji od 1?**

Promotrimo sljedeće količnike.



Zapišimo djeljenike i djelitelje kao potencije.



Ako primijenimo formulu za dijeljenje potencija jednakih baza, dobijemo sljedeće.



Možemo zaključiti da vrijedi: 

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.2.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.2. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1, 2, 3, 5, 6, 7 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 8 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 8 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Dodatni zadatci: 120.
* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 112., 113.
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 7 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 102. – 106.
* **Potenciranje potencija i računanje s potencijama**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje u paru**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o zbrajanju, množenju i dijeljenju potencija (vrednovanje za učenje).

Učenici u paru odgovaraju na pitanje iz rubrike Jeste li razumjeli?

* Možemo li zbrojiti 2 ∙ 103 i 5 ∙ 102? Objasnite.
* Obrazložite pravila za množenje i dijeljenje potencija jednakih baza.

Zatim slijedi razredna rasprava koju moderira učitelj (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 2 – Kako potenciramo potenciju?**

Promotrimo primjer .

Zapišimo u obliku umnoška i primijenimo formulu .



Potenciju potenciramo tako da bazu prepišemo, a eksponente pomnožimo.



**Aktivnost 3 – Potenciranje potencije**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 24.* učitelj pokazuje kako potencirati potenciju primjenjujući pravilo .

Učenici rješavaju zadatke 97. i 98. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Računanje s potencijama**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 25.* učitelj pokazuje kako izračunavati vrijednost izraza u kojem se množe, dijele i potenciraju potencije.

Učenici rješavaju zadatke 99. i 100. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 5 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju Nastavni listić te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Učenici rješavaju zadatke na e-sferi: Realni brojevi -> Potenciranje racionalnih brojeva -> Matematika + -> provjera znanja Potenciranje racionalnih brojeva (kratki kviz) te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.3.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.3. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnost 1, 3, 4, 5 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* e-sfera: Realni brojevi -> Potenciranje racionalnih brojeva -> Matematika + -> provjera znanja Potenciranje racionalnih brojeva (kratki kviz)
* Aktivnost 5 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 5 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbe za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 114.
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 8 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Nastavni listići – dodatni zadatci
* Dodatni zadatci: 121.
* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 107. – 110.
* e-sfera: Realni brojevi -> Potenciranje racionalnih brojeva -> Matematika + -> provjera znanja Potenciranje racionalnih brojeva (dugi kviz)

**Primjeri listića za vrednovanje kao učenje, vrednovanje za učenje i vrednovanje naučenoga**

**Vrednovanje kao učenje**

**Primjer 1:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .

♦ Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .

**Primjer 2:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Odredite x tako da jednakost bude točna: .

♦ Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Odredite x tako da jednakost bude točna: .

**Primjer 3:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .

♦ Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .

**Vrednovanje za učenje**

**Primjer 1:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

* Broj 5 u potenciji nazivamo baza.
* Racionalni broj s kojim množimo potenciju nazivamo koeficijent potencije.
* Zbrojiti/oduzeti možemo samo jednake potencije, tako da im zbrojimo/oduzmemo koeficijente, a potenciju prepišemo.

Zadatci:

* Izračunajte .
* Izračunajte .

**Primjer 2:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

* Potencije množimo tako da bazu prepišemo, a eksponente pomnožimo.
* Potencije dijelimo tako da eksponente prepišemo, a baze oduzmemo.

Zadatci:

* Izračunajte  .
* Izračunajte .

**Primjer 3:** Izlazna kartica

Učenici odgovaraju na postavljene zadatke na listić papira.

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte tako da prvo svedete na potenciju s bazom 10: .

**Vrednovanje naučenoga**

Ime i prezime ................................................................ grupa A

1. Odredite kojem skupu brojeva pripada broj.

a)  b)  c) 0

2. Prema rastavu nazivnika na proste faktore odredi vrstu decimalnog zapisa razlomka.

a)  b)  c) 

3. Izračunajte.

a) 

b)

c) 

d) 

e) 

f) 0.122 =

4. Izračunajte.

a) 

b) 

Ime i prezime ................................................................ grupa B

1. Odredite kojem skupu brojeva pripada broj.

a)  b)  c) 

2. Prema rastavu nazivnika na proste faktore odredi vrstu decimalnog zapisa razlomka.

a)  b)  c) 

3. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

4. Izračunajte.

a) 

b) 

Ime i prezime ......................................................... grupa C

1. Odredite kojem skupu brojeva pripada broj.

a)  b)  c) 3

2. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

2. Izračunajte.

a) 

b) 

**Rješenja:**

**grupa A**

1. a) **Z**, b) **Q**, c) **N0**

2. a) mješovito periodični decimalan broj

b) čisto periodični decimalni broj

c) konačan decimalni broj

3. a) 16, b) 36, c) –81, d) , e) , f) 0.0144

4. a) , b) 

**grupa B**

1. a) **Q**, b) **N**, c) **Z**

2. a) konačan decimalni broj

b) čisto periodični decimalni broj

c) mješovito periodični decimalan broj

3. a) 64, b)–25, c) 49, d) , e) , f) 

4. a) , b) 1

**grupa C**

1. a) **Z**, b) **Q**, c) **N**

2. a) 81, b) 36, c) 9, d), e) 0.16

3. a) , b) 

**Nastavni listić**

1. Rastavite broj na proste faktore, a zatim umnožak izrazite potencijom.

1. 729 =
2. 2 401 =

2. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

3. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

4. Odredite x tako da jednakost bude točna.

a)  b) 

c)  d) 

**Dodatni zadatci**

1. Izračunajte vrijednost izraza ako je:

a)  b) 

2. Izračunajte.

a) 

b) 

3. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

d) 

4. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

**Rješenja nastavnog listića**

1. a) 36, b) 74

2. a) , b) , c) 

3. a) , b) , c) 0.27, d) , e) 1019

4. a) x=4, b) x=5, c) x=3, d) x=7

**Rješenja dodatnih zadataka**

1. a) , b) 

2. a) , b) 

3. a) , b) , c) , d) 

4. a) , b) , c) 

1.5. Računanje s podatcima prikazanim znanstvenim zapisom

Broj sati: 3

*Udžbenik: stranice 38. – 41.*

**Odgojno – obrazovni ishod**

A.8.2. Računa s potencijama racionalne baze i nenegativnoga cjelobrojnog eksponenta.

D.8.4. Odabire i preračunava odgovarajuće mjerne jedinice.

**Međupredmetne teme**

uku A.3.2. Primjena strategija učenja i rješavanje problema

uku A.3.4. Učenik kritički promišlja i vrednuje ideje uz podršku učitelja.

uku B.3.3. Učenik regulira svoje učenje mijenjanjem plana ili pristupa učenju, samostalno ili uz poticaj učitelja.

uku B.3.4. Učenik samovrednuje proces učenja i svoje rezultate, procjenjuje ostvareni napredak te na temelju toga planira buduće učenje.

osr A.3.1. Razvija sliku o sebi.

osr A.3.3. Razvija osobne potencijale.

osr B.3.2. Razvija komunikacijske kompetencije i uvažavajuće odnose s drugima

osr B.3.4. Suradnički uči i radi u timu.

ikt A.3.2. Učenik se samostalno koristi raznim uređajima i programima.

**Tijek nastavnih sati**

* **Znanstveni zapis broja**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje**

Učenici su u sedmom razredu upoznali pojam znanstvenog zapisa broja. Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o znanstvenog zapisa broja (vrednovanje za učenje) pri čemu se može služiti prezentacijom (e-sfera: Realni brojevi -> Računanje s podatcima prikazanim znanstvenim zapisom -> e-Matematika -> Znanstveni zapis).

Znanstveni zapis broja je umnožak racionalnog broja *a* takvoga da je 1 ≤ |*a*| < 10 i potencije baze 10. Broj *a* zovemo koeficijent znanstvenog zapisa.

*a***∙** 10k , *a* **Q** , k **Z**

Učitelj podsjeća učenike na:

* vezu pomicanja decimalne točke ulijevo i pozitivnog eksponenta potencije baze 10; pozitivan eksponent povezuje s uzastopnim množenjem s brojem 10.
* vezu pomicanja decimalne točke udesno i negativnog eksponenta potencije baze 10; negativan eksponent povezuje s uzastopnim dijeljenjem s brojem 10, a dijeliti s 10 je isto što i množiti s njegovim recipročnim brojem  što se može zapisati s pomoću potencije broja 10 s negativnim eksponentom 10-1

Učenici rješavaju zadatke122. – 125. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 2 – Računanje znanstvenim zapisom**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 26.* učitelj pokazuje kako možemo računati sa znanstvenim zapisom broja.

Učenici rješavaju zadatke 126. – 129. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.1.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.1. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1, 2– samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 2 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
* Aktivnost 2 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 8 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred –

**Domaća zadaća**

* Zadaci za vježbu: 134. – 138.
* **Preračunavanje mjernih jedinica**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o znanstvenom zapisu broja i računanju s podacima prikazanim znanstvenim zapisom (vrednovanje za učenje), pri čemu se može koristiti i pitanjima iz rubrike Jeste li razumjeli?

* Je li 89.56 ∙ 103 znanstveni zapis? Obrazložite odgovor.
* Je li 0.054 ∙ 10–2 znanstveni zapis? Obrazložite odgovor.
* Opišite i ispravite pogreške umnoška brojeva u znanstvenom zapisu 5 ∙ 102 ∙ 3 ∙ 104 = 15 ∙ 108

**Aktivnost 2 – Preračunavanje mjernih jedinica**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 27.* učitelj pokazuje kako preračunavati u zadanu mjernu jedinicu uz prethodno izražavanje broja u znanstvenom zapisu. Za potrebe preračunavanja podsjeća učenike na tablicu predmetaka (*Prilog 1*).

Učenici rješavaju zadatak 130. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Povežite i primijenite**

Učenici rješavaju zadatke 141. i 142. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Iz svijeta rada**

Učenici rješavaju zadatke 146. i 148. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 5 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju zadatke 131. – 133. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.2.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.2. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1, 2, 3,4, 5 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 5 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 5 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 7 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti u kojima je vidljiva interdisciplinarnost**

* Aktivnosti 2, 3, 4, 5, Domaća zadaća – fizika, kemija

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 139.
* Povežite i primijenite: 143. – 145.
* Iz svijeta rada: 147.
* **Uvježbavanje i vrednovanje naučenog**

**Aktivnost 1 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju zadatke na e-sferi: Realni brojevi -> Računanje s podatcima prikazanim znanstvenim zapisom -> Matematika + -> provjera znanja Računanje s podatcima prikazanim znanstvenim zapisom (kratki kviz) te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 2 – Vrednovanje naučenoga**

Učitelj provodi kratku pisanu provjeru kroz Listiće za vrednovanje naučenoga (1.4. – 1.5.) (vrednovanje naučenoga).

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnost 1– samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* e-sfera: Realni brojevi -> Računanje s podatcima prikazanim znanstvenim zapisom -> Matematika + -> provjera znanja Računanje s podatcima prikazanim znanstvenim zapisom (kratki kviz)
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
* Vrednovanje naučenoga
* Aktivnost 2 – Listići za vrednovanje naučenoga

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbe za učenike s teškoćama**

* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 8 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Domaća zadaća**

* e-sfera Realni brojevi -> Računanje s podatcima prikazanim znanstvenim zapisom -> Matematika + -> provjera znanja Računanje s podatcima prikazanim znanstvenim zapisom (dugi kviz)

**Prilozi pripremi**

**Prilog 1: Tablica predmetaka**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Naziv predmetka** | **Oznaka** | **Iznos**  (broj množimo s ...) |
| tera | T | 1 000 000 000 000 = 10**12** |
| giga | G | 1 000 000 000 = 10**9** |
| mega | M | 1 000 000 = 10**6** |
| kilo | k | 1 000 = 10**3** |
| hekto | h | 100 = 10**2** |
| deka | da | 10 = 10**1** |
| deci | d | 0.1 = 10**-1** |
| centi | c | 0.01 = 10**-2** |
| mili | m | 0.001 = 10**-3** |
| mikro | µ | 0.000001 = 10**-6** |
| nano | n | 0.000000001 = 10**-9** |
| piko | p | 0.000000000001 = 10**-12** |

**Primjeri listića za vrednovanje kao učenje, vrednovanje za učenje i vrednovanje naučenoga**

**Vrednovanje kao učenje**

**Primjer 1:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Zapišite u znanstvenom zapisu 25 000 .
* Zapišite u decimalnom obliku 2.38 · 10-5.
* Izračunajte 2.5 · 105 ∙ 3 · 10-3.
* Izračunajte .
* Izračunajte .

♦ Pitanja:

* Zapišite u znanstvenom zapisu 0.0000157.
* Zapišite u obliku cijelog broja -3.7 · 105.
* Izračunajte 1.7 · 10-6 ∙ 2 · 109.
* Izračunajte .
* Izračunajte .

**Primjer 2:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

Zapišite u znanstvenom zapisu i preračunajte u zadanu mjernu jedinicu.

* 700 cm = \_\_\_\_\_\_\_\_ dm.
* 12 t = \_\_\_\_\_\_\_\_ g.
* 0.00004 kN = \_\_\_\_\_\_\_\_ N.
* 25 m2 = \_\_\_\_\_\_\_\_ dm2.
* 410 mm3 = \_\_\_\_\_\_\_\_ m3.

♦ Pitanja:

Zapišite u znanstvenom zapisu i preračunajte u zadanu mjernu jedinicu.

* 2 000 dm = \_\_\_\_\_\_\_\_ mm.
* 18 dL = \_\_\_\_\_\_\_\_ L.
* 0.0008 kg = \_\_\_\_\_\_\_\_ g.
* 588 m2 = \_\_\_\_\_\_\_\_ cm2.
* 79 dm3 = \_\_\_\_\_\_\_\_ m3.

**Vrednovanje za učenje**

**Primjer 1:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

* Predznak eksponenta određen je smjerom pomicanja decimalne točke.
* Znanstveni zapis broja 51 000 je 51· 103.
* Znanstveni zapis broja 0.002 je 2· 10-3.

Zadatci:

* Izračunajte .
* Izračunajte .

**Primjer 2:** Izlazna kartica

Učenici odgovaraju na postavljene zadatke na listić papira.

1. Zapišite u znanstvenom zapisu i preračunajte u zadanu mjernu jedinicu.

1. 0.00013 kJ = \_\_\_\_\_\_\_\_ J.
2. 17 m2 = \_\_\_\_\_\_\_\_ cm2.
3. 71 dm3 = \_\_\_\_\_\_\_\_ m3.

2. Izračunajte volumen lista papira formata A4, ako je njegova debljina 0.00025 m. Rezultat izrazite u cm i zapišite u znanstvenom zapisu.

**Vrednovanje naučenoga**

Ime i prezime ................................................................ grupa A

1. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

2. Zapišite u znanstvenom zapisu.

a) 25 000 =

b) 0.000000456 =

3. Izračunajte.

a) 8.1 · 103 ∙ 2.4 · 108 =

b) 

c) 

4. Duljina ekvatorskog promjera Urana je 52 000 km. Izrazite tu duljinu u metrima i zapišite u znanstvenom

zapisu.

Ime i prezime ................................................................ grupa B

1. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

2. Zapišite u znanstvenom zapisu.

a) 678 000 =

b) 0.00086 =

3. Izračunajte.

a) 2.7 · 10-2 ∙ 1.1 · 105 =

b) 

c) 

4. Duljina ekvatorskog promjera Saturna je 121 000 km. Izrazite tu duljinu u metrima i zapišite u

Znanstvenom zapisu.

Ime i prezime ......................................................... grupa C

1. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

2. Zapišite u znanstvenom zapisu.

a) 5 100 000 =

b) 0.000645 =

3. Izračunajte.

a) 3.6 · 102 ∙ 2 · 104 =

b) 

c)

4. Zapišite 21 000 000 kg u znanstvenom zapisu i preračunajte u grame.

**Rješenja:**

**grupa A**

1. a) , b) , c) , d) , e) 

2. b) 2.5 ∙ 104, b) 4.56 ∙ 10-7

3. a) 1.944 ∙ 1012 b) 8 ∙ 104, c) 1.331 ∙ 10-18

4. 5.2 ∙ 107 m

**grupa B**

1. a) , b) , c) , d) , e) 

2. a) 6.78 ∙ 105, b) 8.6 ∙ 10-4

3. a) 2.97 ∙ 103, b) 3.4 ∙ 105, c) 4.84 ∙ 1010

4. 1.21 ∙ 108 m

**grupa C**

1. a) , b) , c) , d) , e) 

2. a) 5.1 ∙ 106, b) 6.45 ∙ 10-4

3. a) 7.2 ∙ 106, b) 1.1 ∙ 105, c) 4.84 ∙ 106

4. 2.1 ∙ 1010 g

1.6. Drugi korijen

Broj sati: 3

*Udžbenik: stranice 42. – 47.*

**Odgojno – obrazovni ishod**

A.8.1. Računa s korijenima.

D.8.4. Odabire i preračunava odgovarajuće mjerne jedinice.

**Međupredmetne teme**

uku A.3.2. Primjena strategija učenja i rješavanje problema

uku A.3.4. Učenik kritički promišlja i vrednuje ideje uz podršku učitelja.

uku B.3.3. Učenik regulira svoje učenje mijenjanjem plana ili pristupa učenju, samostalno ili uz poticaj učitelja.

uku B.3.4. Učenik samovrednuje proces učenja i svoje rezultate, procjenjuje ostvareni napredak te na temelju toga planira buduće učenje.

osr A.3.1. Razvija sliku o sebi.

osr A.3.3. Razvija osobne potencijale.

osr B.3.2. Razvija komunikacijske kompetencije i uvažavajuće odnose s drugima

osr B.3.4. Suradnički uči i radi u timu.

ikt A.3.2. Učenik se samostalno koristi raznim uređajima i programima.

**Tijek nastavnih sati**

* **Drugi korijen**

**Aktivnost 1 – Što je korjenovanje?**

Učitelj učenicima postavlja problem: Kolika je duljina stranice kvadrata ako je površina kvadrata 9 cm2?

Kad smo izračunavali površinu kvadrata poznate duljine stranice koristili smo se kvadriranjem. Međutim,

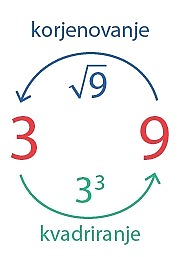
sada rješavamo obrnuti problem. Prema formuli za površinu kvadrata  tražimo broj kojemu je kvadrat jednak 9. Znamo da vrijedi:  i . Kako se radi o duljini stranice, a ona ne može biti negativan broj, jedino je rješenje 3.

Postupak traženja broja kojemu je zadan kvadrat naziva se **korjenovanje.**

**Korjenovanje** je računska radnja suprotna kvadriranju.

Korijen broja 9 je broj 3 jer je 32 = 9. To zapisujemo ovako: .

Broj 9, koji se nalazi ispod korijena, nazivamo **radikand** korijena.



**Aktivnost 2 – Računanje stranice kvadrata ako je zadana površina**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 28.* učitelj pokazuje kako provesti i zapisati postupak računanja duljine stranice kvadrata zadane površine.

Učenici rješavaju zadatak 149. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Kvadratni korijen** (**drugi korijen**) nekoga racionalnog broja *b* ≥­ 0 je broj *a* ≥­ 0 koji pomnožen samim sobom daje broj *b*.

Zapisujemo , čitamo: „kvadratni korijen od *b* je *a*”, ili „drugi korijen od b je *a*” ili „korijen od *b* je *a*”.

**Aktivnost 3 – Računanje drugog korijena**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 28.* učitelj pokazuje kako računati drugi korijen racionalnog broja.

Učenici rješavaju zadatke 150. – 154. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

S obzirom na to da je korjenovanje računska radnja suprotna kvadriranju, imamo:  znači da je *a*2 = *b* . **Budući da kvadrat racionalnog broja ne može biti negativan broj, nećemo računati drugi korijen iz negativnog broja.**

**Aktivnost 4 – Računanje duljine polumjera kruga ako je zadana površina**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 30.* učitelj pokazuje kako računati duljinu polumjera kruga ako je zadana površina.

Učenici rješavaju zadatak 155. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.1.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.1. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 2, 3, 4 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 4 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 4 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 169., 170.
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 8 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Dodatni zadatci: 184.
* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred –

**Domaća zadaća**

* Zadaci za vježbu: 163., 164.
* Povežite i primijenite: 173., 175.
* **Približno izračunavanje i procjena vrijednosti drugog korijena**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o drugom korijenu racionalnog broja (vrednovanje za učenje).

**Aktivnost 2 – Kako odrediti drugi korijen broja koji nije kvadrat nekog broja?**

Uz razgovor s učenicima, koristeći se udžbenikom (str.44), učitelj na primjeru izračunavanja korijena broja 2 pokazuje postupak određivanja drugog korijena racionalnog broja koji nije kvadrat nekog racionalnog broja.

Broj  se nalazi između 1 i 2, štoviše nalazi se između 1.4 i 1.5 s obzirom na to da je 1.42 =1.96 , a 1.52 = 2.25 .

Ako nastavimo tim postupkom dobijemo:









Vrijedi: , zaokruženo na četiri decimale.

Primjenom opisanog postupka možemo izračunati približnu vrijednost drugog korijena bilo kojeg racionalnog broja. Kako postupak nije jednostavan drugi korijen računamo s pomoću **tablice kvadrata** (*Prilog 1*, priprema 1.2.) ili **džepnog računala**.

**Aktivnost 3 – Određivanje približne vrijednosti drugog korijena s pomoću džepnog računala**

Uz razgovor s učenicima učitelj pokazuje kako odrediti približnu vrijednosti drugog korijena s pomoću džepnog računala. Postupak ovisi o tipu džepnog računala kojeg učenici posjeduju.

Učenici rješavaju zadatke 156. i 157. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Iz svijeta rada**

Učenici rješavaju zadatak 181. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 5 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju zadatke 158. – 162. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.2.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.2. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1, 3, 4, 5 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 5 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 5 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Dodatni zadatci: 182., 183.
* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 171., 172.
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 7 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 165. – 167.
* Povežite i primijenite: 174., 176.
* Iz svijeta rada: 180.
* **Uvježbavanje**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje u paru**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o računanju drugog korijena (vrednovanje za učenje).

Učenici u paru odgovaraju na pitanje iz rubrike Jeste li razumjeli?

* Kojim brojevima možemo izračunati drugi korijen, a kojima ne računamo?
* Kojim brojevima možemo izračunati točnu vrijednost drugog korijena, a kojima približnu?
* Između kojih cijelih brojeva se nalazi drugi korijen broja 20? Objasnite odgovor.

Zatim slijedi razredna rasprava koju moderira učitelj (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 2 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju Nastavni listić te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Učenici rješavaju zadatke na e-sferi: Realni brojevi -> Drugi korijen -> Matematika + -> provjera znanja Drugi korijen (kratki kviz) te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.3.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.3. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnost 2 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* e-sfera: Realni brojevi -> Drugi korijen -> Matematika + -> provjera znanja Drugi korijen (kratki kviz)
* Aktivnost 2 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 2 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbe za učenike s teškoćama**

* Nastavni listić – dopunski zadatci
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 8 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 168.
* Povežite i primijenite: 177. – 179.
* e-sfera: Realni brojevi -> Drugi korijen -> Matematika + -> provjera znanja Drugi korijen (dugi kviz)

**Primjeri listića za vrednovanje kao učenje, vrednovanje za učenje i vrednovanje naučenoga**

**Vrednovanje kao učenje**

**Primjer 1:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte duljinu polumjera kruga ako je njegova površina 484π cm2.

♦ Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte duljinu polumjera kruga ako je njegova površina 324π dm2.

**Primjer 2:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

Izračunajte s pomoću džepnog računala. Rezultat zaokružite na dvije decimale.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

♦ Pitanja:

Izračunajte s pomoću džepnog računala. Rezultat zaokružite na dvije decimale.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

**Primjer 3:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte opseg kruga ako je njegova površina 1.69π cm2.
* Izračunajte s pomoću džepnog računala, a rezultat zaokružite na dvije decimale:



* Kolika je površina kruga upisanog u kvadrat površine 78 cm2?

♦ Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte opseg kruga ako je njegova površina 1.96π cm2.
* Izračunajte s pomoću džepnog računala, a rezultat zaokružite na dvije decimale:



* Kolika je površina kruga opisanog kvadratu površine 45 cm2?

**Vrednovanje za učenje**

**Primjer 1:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

* Kvadriranje je računska radnja suprotna korjenovanju.
* 
* 

Zadatci:

* Izračunajte duljinu polumjera kruga ako je njegova površina 121π cm2.
* Izračunajte opseg kvadrata površine 6.25 cm2.

**Primjer 2:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

Vrijednost drugog korijena zaokružene na dvije decimale su:

* 
* 
* 

Zadatci:

* Izračunajte s pomoću džepnog računala, a rezultat zaokružite na dvije decimale:



* Izračunajte opseg kruga ako mu je površina 31π mm2 ?

**Primjer 3:** Izlazna kartica

Učenici odgovaraju na postavljene zadatke na listić papira.

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte opseg kvadrata površine 81 cm2.
* Izračunajte s pomoću džepnog računala, a rezultat zaokružite na dvije decimale:



* Izračunajte opseg kruga ako mu je površina 21π mm2 ?

**Nastavni listić**

1. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

2. Dopunite tako da vrijedi jednakost.

a)  c) 

b)  d) 

3. S pomoću tablice kvadrata odredite između kojih se prirodnih brojeva nalazi zadani korijen.

a)  b)  c) 

4. S pomoću džepnog računala odredite približnu vrijednost drugog korijena, a zatim usporedite brojeve.

a)  b)  c) 

5. Izračunajte s pomoću džepnog računala, a rezultat zaokružite na četiri decimale.



6. Koliko grmova možemo zasaditi po rubu travnjaka kvadratnog oblika površine 992.25 m2, ako udaljenost

između dvaju susjednih grmova treba iznositi 1.5 m?

**Dodatni zadatci**

1. Bez upotrebe džepnog računala odredite između kojih se prirodnih brojeva nalazi vrijednost izraza.

a)  b) 

2. Odredite znamenke koje možemo umetnuti da vrijedi jednakost

a)  b)  c) 

3. Izračunajte s pomoću džepnog računala, a rezultat zaokružite na dvije decimale



4. U kvadrat površine 5.29 dm2 upisan je krug. Izračunajte površinu zeleno obojenog dijela kvadrata, a

rezultat zaokružite na dvije decimale.

5. Odredite brzinu kojom se giba puž mase 20 g, ako u tom trenutku njegova kinetička energija iznosi . (Za kinetičku energiju tijela mase *m* koje se giba brzinom *v* vrijedi formula .)

**Dopunski zadatci**

1. Istom bojom obojite polja s brojevima jednakih vrijednosti.





























2. Izračunajmo duljinu polumjera kruga ako je površina kruga 81π cm2.

3. S pomoću džepnog računala odredite približnu vrijednost drugog korijena na dvije decimale.

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

4. Izračunajte s pomoću džepnog računala, a rezultat zaokružite na dvije decimale.

a) 

b) 

c) 

5. S pomoću džepnog računala odredite približnu vrijednost duljine stranice kvadrata površine 37 m2,

zaokruženu na dvije decimale.

**Rješenja nastavnog listića**

1. a) 15, b) 0.015, c) 150

2. a)  c) 

b)  d) 

3. a) , b) , c) 

4. a)  b)  c) 

5. 0.5765

6. 84

**Rješenja dodatnih zadataka**

1. a)  , b) 

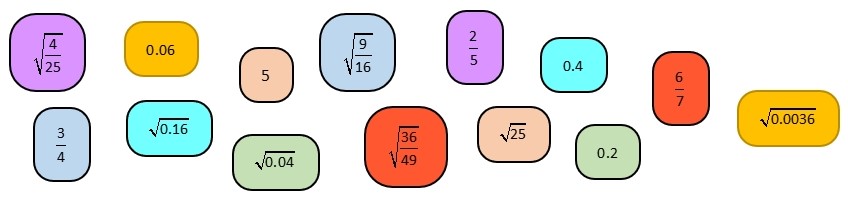
2. a) , b) , c) 

3. 0.22

4. 3.97 dm2

5. 

**Rješenja dopunskih zadataka**

1.

2. 9 cm

3. a) 2.24, b) 6.16, c) 0.26, d) 45.83, e) 0.65

4. a) 8.46, b) 19.27, c) 11.33

5. 6.08 m

1.7. Računanje s korijenima

Broj sati: 5

*Udžbenik: stranice 48. – 57.*

**Odgojno – obrazovni ishod**

A.8.1. Računa s korijenima.

**Međupredmetne teme**

uku A.3.2. Primjena strategija učenja i rješavanje problema

uku A.3.4. Učenik kritički promišlja i vrednuje ideje uz podršku učitelja.

uku B.3.3. Učenik regulira svoje učenje mijenjanjem plana ili pristupa učenju, samostalno ili uz poticaj učitelja.

uku B.3.4. Učenik samovrednuje proces učenja i svoje rezultate, procjenjuje ostvareni napredak te na temelju toga planira buduće učenje.

osr A.3.1. Razvija sliku o sebi.

osr A.3.3. Razvija osobne potencijale.

osr B.3.2. Razvija komunikacijske kompetencije i uvažavajuće odnose s drugima

osr B.3.4. Suradnički uči i radi u timu.

ikt A.3.2. Učenik se samostalno koristi raznim uređajima i programima.

**Tijek nastavnih sati**

* **Računanje s korijenima (1)**

**Aktivnost 1 – Umnožak korijena i racionalnog broja**

Učitelj učenicima postavlja problem: Kako kraće zapisati zbroj ?

Znamo da je množenje kraći način zbrajanja pa vrijedi: .

Broj kojim se množi korijen naziva se **koeficijent korijena.**



**Aktivnost 2 – Zbrajanje i oduzimanje korijena**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 31.* i *Primjeru 32.* i/ili putem prezentacije (e-sfera: Realni brojevi -> Računanje s korijenima -> e-Matematika -> Zbrajanje i oduzimanje korijena) učitelj pokazuje kako zbrojiti/oduzeti korijene jednakih radikanada. Zadatke najjednostavnije možemo riješiti postupkom izlučivanja zajedničkog faktora.

Korijene zbrajamo i/ili oduzimamo tako da im zbrojimo i/ili oduzmemo koeficijente, a zajednički korijen prepišemo.

Učenici rješavaju zadatke 185. i 186. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Kvadrat i korijen**

Učitelj učenicima postavlja problem: Postoji li razlika između zadataka ,  i ?







Za svaki racionalan broj *a*, , vrijedi: 

Za svaki racionalan broj *a*, vrijedi: 

Učenici rješavaju zadatke 187. i 188. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Kvadriranje umnoška i količnika**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 34*. i *Primjeru 35.* učitelj pokazuje kako kvadrirati umnožak/količnik.

Učenici rješavaju zadatke 189.a,e i 190.a,c te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.1.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.1. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 2, 3, 4 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 4 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 4 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 225., 226.
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 8 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred –

**Domaća zadaća**

* Zadaci za vježbu: 213., 214.
* 189.b – d, 190.b,d,e
* **Računanje s korijenima (2)**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama o zbrajanju korijena, kvadriranju umnoška/količnika brojeva od kojih je barem jedan broj korijen pozitivnog racionalnog broja (vrednovanje za učenje).

**Aktivnost 2 – Umnožak korijena i korijen umnoška**

Učitelj učenicima postavlja problem: Izračunajte , i .





Primjećujemo da su rezultati jednaki tj. vrijedi: . Isto svojstvo vrijedi za bilo koja dva pozitivna racionalna broja.

**Korijen umnoška** dvaju brojeva () jednak je umnošku korijena tih brojeva.



**Umnožak korijena** dvaju brojeva () jednak je korijenu umnoška tih brojeva.



**Aktivnost 3 – Umnožak korijena i korijen umnoška (primjeri i zadatci)**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 36.* i/ili pomoću prezentacije (e-sfera: Realni brojevi -> Računanje s korijenima -> e-Matematika -> Množenje korijena) učitelj pokazuje postupak množenja korijena.

Učenici rješavaju zadatke 191. – 195. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Količnik korijena i korijen količnika**

Učitelj učenicima postavlja problem: Izračunajte , i .





Primjećujemo da su rezultati jednaki tj. vrijedi: . Isto svojstvo vrijedi za bilo koja dva pozitivna racionalna broja.

**Korijen količnika** dvaju brojeva () jednak je količniku korijena tih brojeva.



**Količnik korijena** dvaju brojeva () jednak je korijenu količnika tih brojeva.



**Aktivnost 5 – Količnik korijena i korijen količnika (primjeri i zadatci)**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 37., Primjeru 38. i Primjeru 39.* i/ili pomoću prezentacije (e-sfera: Realni brojevi -> Računanje s korijenima -> e-Matematika -> Dijeljenje korijena) učitelj pokazuje kako odrediti količnik korijena i korijen količnika.

Učenici rješavaju zadatke 196. – 202. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.2.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.2. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1, 3, 5 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 5 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 5 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Dodatni zadatci: 234.
* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 227., 228.
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 7 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 215. – 218.
* **Djelomično korjenovanje**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama o množenju i dijeljenju korijena (vrednovanje za učenje).

**Aktivnost 2 – Što je djelomično korjenovanje?**

Učitelj učenicima postavlja problem: Znamo izračunati drugi korijen broja koji je kvadrat nekog prirodnog broja, no postoji li mogućnost jednostavnije zapisati korijene čiji radikandi nemaju to svojstvo? Možemo li primjenom pravila za korjenovanje umnoška pojednostavljivati takve korijene, npr.  ?



Ovakav postupak naziva se **djelomično korjenovanje**, a provodimo ga kada radikand možemo napisati u obliku umnoška tako da je barem jedan od faktora kvadrat nekog prirodnog broja.

**Aktivnost 3 – Djelomično korjenovanje**

Uz razgovor s učenicima pomoću prezentacije (e-sfera: Realni brojevi -> Računanje s korijenima -> e-Matematika -> Djelomično korjenovanje) učitelj pokazuje kako djelomično korjenovati.

Učenici rješavaju zadatke 203. – 206. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Djelomično korjenovanje i zbrajanje**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 40.* učitelj pokazuje kako djelomično korjenovanje primjenjujemo kada radikandi nisu isti pa ih ne možemo zbrajati, ali nam je to postaje moguće nakon djelomičnog korjenovanja.

Učenici rješavaju zadatke 207. i 208. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.3.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.3. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1, 3, 4 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 4 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 4 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 229.
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 7 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 219. – 224.
* **Racionalizacija nazivnika (PROŠIRENI SADRŽAJ)**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje u paru**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o računanju s korijenima (vrednovanje za učenje).

Učenici u paru odgovaraju na pitanje iz rubrike Jeste li razumjeli?

* Objasnite kako zbrajamo i oduzimamo korijene.
* Objasnite čemu služi djelomično korjenovanje.

Zatim slijedi razredna rasprava koju moderira učitelj (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 2 – Što je racionalizacija nazivnika?**

Učenici su do osmog razreda naučili kako zbrajati i oduzimati razlomke. Znamo da razlomke zbrajamo svođenjem na zajednički nazivnik, no postavlja se pitanje što učiniti u slučaju kada se u nazivniku razlomka nalazi korijen?

Npr. kako izračunati ?

U tom slučaju, prije svođenja na zajednički nazivnik, provodimo **postupak „uklanjanje“ korijena iz nazivnika** i to tako da razlomak proširujemo pažljivo odabranim brojem. Taj postupak naziva se **racionalizacija nazivnika**.

**Aktivnost 3 – Racionalizacija nazivnika**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 41.* i/ili pomoću prezentacije (e-sfera: Realni brojevi -> Računanje s korijenima -> e-Matematika -> Racionalizacija nazivnika) učitelj pokazuje kako racionalizirati nazivnik razlomka koji u nazivniku ima samo jedan korijen.

Učenici rješavaju zadatke 209. – 212.a,c te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.4.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.4. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1, 3 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 3 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 3 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 7 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Domaća zadaća**

* 209. – 212.b,d
* **Uvježbavanje**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama o računanju s korijenima (vrednovanje za učenje).

**Aktivnost 2 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju Nastavni listić te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Učenici rješavaju zadatke na e-sferi: Realni brojevi -> Računanje s korijenima -> Matematika + -> provjera znanja Računanje s korijenima (kratki kviz) te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.5.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.5. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnost 2 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* e-sfera: Realni brojevi -> Računanje s korijenima -> Matematika + -> provjera znanja Računanje s korijenima (kratki kviz)
* Aktivnost 2 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 2 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbe za učenike s teškoćama**

* Nastavni listić – dopunski zadatci
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 8 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Domaća zadaća**

* Povežite i primijenite: 230. i 231.
* Iz svijeta rada: 232. i 234.
* e-sfera: Realni brojevi -> Računanje s korijenima -> Matematika + -> provjera znanja Računanje s korijenima (dugi kviz)

**Primjeri listića za vrednovanje kao učenje, vrednovanje za učenje i vrednovanje naučenoga**

**Vrednovanje kao učenje**

**Primjer 1:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .

♦ Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .

**Primjer 2:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .

♦ Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .

Izračunajte .

**Primjer 3:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Djelomično korjenujte:

a) 

b) 

c) 

* Djelomično korjenujte, a zatim izračunajte .

♦ Pitanja:

* Djelomično korjenujte:

a) 

b) 

c) 

* Djelomično korjenujte, a zatim izračunajte .

**Primjer 4:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

Racionalizirajte nazivnik u razlomcima:

a) 

b) 

c) 

d) 

♦ Pitanja:

Racionalizirajte nazivnik u razlomcima:

a) 

b) 

c) 

d) 

**Primjer 5:** Lista za samoprocjenu 2 (Prilog C)

Tvrdnje:

* Znam što je koeficijent korijena.
* Zbrajam i oduzimam korijene.
* Množim i dijelim korijene.
* Djelomično korjenujem.
* Racionaliziram nazivnik razlomka.

**Vrednovanje za učenje**

**Primjer 1:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

* Zbrajati i oduzimati smijemo samo korijene jednakih radikanda.
* Za svaki racionalan broj *a* vrijedi .
* Vrijedi .

Zadatci:

* Izračunajte .
* Izračunajte .

**Primjer 2:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

* Množiti možemo samo korijene jednakih radikanda.
* Količnik korijena brojeva jednak je korijenu količnika tih brojeva.
* Vrijedi .

Zadatci:

* Izračunajte .
* Izračunajte .

**Primjer 3:** Izlazna kartica

Učenici odgovaraju na postavljene zadatke na listić papira.

1. Djelomično korjenujte,  i .
2. Djelomično korjenujte, a zatim izračunajte .

**Primjer 4:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

* Postupak kojim uklanjamo korijen u nazivniku nazivamo racionalizacija nazivnika.
* Pri racionalizaciji nazivnika cijeli razlomak množimo pogodnim brojem.
* Pri racionalizaciji razlomka  brojnik i nazivnik razlomka množimo sa .

Zadatci:

Racionalizirajte nazivnik u razlomcima:

a) 

b) 

**Primjer 5:** Izlazna kartica

Učenici odgovaraju na postavljene zadatke na listić papira.

1. Izračunajte .
2. Izračunajte .
3. Izračunajte .
4. Djelomično korjenujte.
5. Racionalizirajte nazivnik razlomka .

**Nastavni listić**

1. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

2. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

3. Racionalizirajte nazivnik u razlomcima:

a) 

b) 

**Dodatni zadatci**

1. Pojednostavnite.

a) 

b) 

c) 

d) 

2. Pojednostavnite.

a) 

b) 

c) 

3. Koju znamenku možete upisati umjesto znakova  i  da jednakost bude točna?

a) 

b) 

c) 

d) 

**Rješenja nastavnog listića**

1. a) , b) , c) , d) , e) 

2. a) 18, b) , c) 70, d) 114, e) 

3. a) , b) 

**Rješenja dodatnih zadataka**

1. a)  , b) , c) , d) 

2. a) 21*a*, b) , c) 

3. a) , b) , c) , d) 

1.8. Iracionalni brojevi

Broj sati: 2

*Udžbenik: stranice 58. – 63.*

**Odgojno – obrazovni ishod**

A.8.3. Prepoznaje odnose među skupovima N, Z, Q, I i R te raspravlja o pripadnosti rješenja jednadžbe

skupu brojeva.

**Međupredmetne teme**

uku A.3.2. Primjena strategija učenja i rješavanje problema

uku A.3.4. Učenik kritički promišlja i vrednuje ideje uz podršku učitelja.

uku B.3.3. Učenik regulira svoje učenje mijenjanjem plana ili pristupa učenju, samostalno ili uz poticaj učitelja.

uku B.3.4. Učenik samovrednuje proces učenja i svoje rezultate, procjenjuje ostvareni napredak te na temelju toga planira buduće učenje.

osr A.3.1. Razvija sliku o sebi.

osr A.3.3. Razvija osobne potencijale.

osr B.3.2. Razvija komunikacijske kompetencije i uvažavajuće odnose s drugima

osr B.3.4. Suradnički uči i radi u timu.

ikt A.3.2. Učenik se samostalno koristi raznim uređajima i programima.

**Tijek nastavnih sati**

* **Iracionalni brojevi**

**Aktivnost 1 – Vrednovanje naučenoga**

Učitelj provodi kratku pisanu provjeru kroz Listiće za vrednovanje naučenoga (1.6. – 1.7.) (vrednovanje naučenoga).

**Aktivnost 2 – Ponovimo**

Učenici su se na početku ovog poglavlja prisjetili svih skupova brojeva koje su upoznali do 8. razreda (**N**, **N0**, **Z** i **Q**), analizirali međusobni odnos tih skupova (**N ⊂ N0 ⊂ Z ⊂ Q**) i naučili, prema rastavu nazivnika na proste faktore, odrediti vrstu decimalnog zapisa racionalnog broja.

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o skupovima brojeva (vrednovanje za učenje).

**Aktivnost 3 – Istraživanje: Decimalni zapis broja**

Učitelj učenicima dijeli listić (*Prilog 1*) i daje upute za rad. Učenici trebaju sve ponuđene brojeve zapisati decimalnim zapisom i odrediti vrstu decimalnog zapisa.

Uočavaju da među navedenim brojevima postoje oni koji u decimalnom zapisu imaju beskonačno mnogo decimala koje se **ne ponavljaju periodično**. Takve brojeve ne možemo zapisati u obliku razlomaka pa nisu racionalni brojevi. Nazivamo ih **iracionalni brojevi**.

**Aktivnost 4 – Skup iracionalnih brojeva**

Učenici uz pomoć učitelja zapisuje primjere iracionalnih brojeva:



π

0.010203040506070809010011… , 46.01001000100001000001…, …

**Iracionalni brojevi** su brojevi čiji je zapis beskonačan neperiodičan decimalan broj.

**Skup iracionalnih brojeva** označujemo velikim tiskanim slovom **I**.

Iracionalne brojeve ne možemo napisati u obliku razlomka.

Učitelj napominje da pri računanju u kojem se pojavljuju iracionalni brojevi, vrijednosti iracionalnih brojeva često zamjenjujemo njihovim približnim vrijednostima, odnosno iracionalne brojeve zaokružimo na jednu ili više decimala ovisno o traženoj preciznosti rezultata.

Učenici rješavaju zadatak 239. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 3, 4– samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 4 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 2– prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 4– listići za vrednovanje za učenje
* Vrednovanje naučenoga
* Aktivnost 1 – Listići za vrednovanje naučenoga

**Razrađeni problemski zadaci, zadaci za poticanje kritičkog razmišljanja, kreativnosti i/ili istraživački zadaci**

* Aktivnost 3 (*Prilog 1*)

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 246.
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred –

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 240.
* **Skup realnih brojeva**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o iracionalnim brojevima i skupu **I** (vrednovanje za učenje).

**Aktivnost 2 – Određivanje iracionalnih brojeva**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 42.* učitelj pokazuje kako odrediti je li vrijednost zadanog izraza iracionalan broj.

Učenici rješavaju zadatke 235. i 236. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Poredak brojeva po veličini**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 43.* učitelj pokazuje kako prelaskom na decimalni zapis uspoređujemo iracionalne brojeve.

Učenici rješavaju zadatke 237. i 238. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Skup realnih brojeva**

Skup racionalnih brojeva **Q** i skup iracionalnih brojeva **I** zajedno čine skup realnih brojeva **R**.

N

**Z**

**Q**

N0

2

5

1

10

705

0

–3

–11

–95

I

**R**

Vrijedi:

**Q I = R**

**Q I =**

**N ⊂ N0 ⊂ Z ⊂ Q⊂ R**

Skup iracionalnih brojeva sadržan je u skupu realnih brojeva, tj. vrijedi **I ⊂ R.**

U skupu realnih brojeva možemo izvoditi sve četiri osnovne računske radnje ( +, – , ⋅ , : ) te potenciranje i korjenovanje (pritom možemo korjenovati samo pozitivne realne brojeve i nulu).

**Aktivnost 5 – Povežite i primijenite**

Učenici rješavaju zadatke 249. i 250. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 6 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju zadatke na e-sferi: Realni brojevi -> Iracionalni brojevi -> Matematika + -> provjera znanja Iracionalni brojevi (kratki kviz) te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.1.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.1. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 2, 3, 5, 6 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* e-sfera: Realni brojevi -> Iracionalni brojevi -> Matematika + -> provjera znanja Iracionalni brojevi (kratki kviz)
* Aktivnost 6 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 6 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 247. i 248.
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti u kojima je vidljiva interdisciplinarnost**

* Aktivnosti 5, Domaća zadaća – svakodnevni život

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 241., 243., 244.
* Povežite i primijenite: 251.
* Iz svijeta rada: 252.
* e-sfera: Realni brojevi -> Iracionalni brojevi -> Matematika + -> provjera znanja Iracionalni brojevi (dugi kviz)

**Prilozi pripremi**

**Prilog 1: Istraživanje – Decimalni zapis broja**

**1.** Zadane brojeve zapišite decimalnim zapisom.

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

e) 

f) 

g) 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| konačni  decimalni brojevi | čisto periodični  decimalni brojevi | mješovito periodični  decimalni brojevi |
|  |  |  |

**2.** Odredite vrstu decimalnog zapisa brojeva iz 1. zadatka, a zatim ih razvrstajte u ponuđenu tablicu.

Jeste li u tablicu razvrstati sve brojeve iz 1. zadatka?

Ispišite brojeve koje niste uspjeli razvrstati.

Kako bi opisali decimalni zapis tih brojeva?

**Primjeri listića za vrednovanje kao učenje, vrednovanje za učenje i vrednovanje naučenoga**

**Vrednovanje kao učenje**

**Primjer 1:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Kako označavamo skup realnih brojeva?
* Napišite jedan iracionalan broj.
* Je li broj iracionalan?
* Je li broj iracionalan?
* Izračunajte opseg kvadrata čija je stranica duga . Je li opseg iskazan iracionalnim brojem?

♦ Pitanja:

* Kako označavamo skup iracionalnih brojeva?
* Napišite jedan iracionalan broj.
* Je li broj iracionalan?
* Je li broj iracionalan?
* Izračunajte površinu kvadrata čija je stranica duga . Je li površina iskazana iracionalnim brojem?

**Vrednovanje za učenje**

**Primjer 1:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

* **Q** U **I = R**
* Svaki prirodni broj ujedno je i realan.
* **I**

Zadatci:

* Je li broj iracionalan?
* Zadan je trokut s duljinama stranica ,  i . Izračunajte opseg njegov opseg pa odgovorite je li iskazan iracionalnim brojem.

**Vrednovanje naučenoga**

Ime i prezime ................................................................ grupa A

1. Izračunajte.

a)  b)  c)  d) 

2. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

3. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

d) 

4. Racionalizirajte nazivnik u razlomcima:

a) 

b) 

Ime i prezime ................................................................ grupa B

1. Izračunajte.

a)  b)  c)  d) 

2. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

3. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

d) 

4. Racionalizirajte nazivnik u razlomcima:

a) 

b) 

Ime i prezime ......................................................... grupa C

1. Izračunajte.

a)  b)  c)  d) 

2. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

3. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

d) 

4. Racionalizirajte nazivnik u razlomcima:

a) 

b) 

**Rješenja:**

**grupa A**

1. a) 6, b) 1.2, c) , d) 130

2. a) 13, b) 5, c) 80, d) 35, e) 

3. a) , b) , c) , d) 

4. a) , b) 

**grupa B**

1. a) 7, b) 0.04, c) , d) 500

2. a) 7, b) 11, c) , d) 3, e) 3

3. a) , b) , c) , d) 

4. a) , b) 

**grupa C**

1. a) 5, b) , c)0.1, d) 300

2. a) 3, b) 17, c) 20, d) 4, e) 2

3. a) , b) , c) , d) 

4. a) , b) 

Usustavljivanje i vrednovanje naučenoga

Broj sati: 4

*Udžbenik: stranice 64. – 67.*

**Odgojno – obrazovni ishodi**

A.8.1. Računa s korijenima.

A.8.2. Računa s potencijama racionalne baze i nenegativnoga cjelobrojnog eksponenta.

A.8.3. Prepoznaje odnose među skupovima N, Z, Q, I i R te raspravlja o pripadnosti rješenja jednadžbe

skupu brojeva

D.8.4. Odabire i preračunava odgovarajuće mjerne jedinice.

**Međupredmetne teme**

uku A.3.2. Primjena strategija učenja i rješavanje problema

uku A.3.4. Učenik kritički promišlja i vrednuje ideje uz podršku učitelja.

uku B.3.3. Učenik regulira svoje učenje mijenjanjem plana ili pristupa učenju, samostalno ili uz poticaj učitelja.

osr B.3.2. Razvija komunikacijske kompetencije i uvažavajuće odnose s drugima

osr B.3.4. Suradnički uči i radi u timu.

**Tijek nastavnih sati**

* **Zadatci za ponavljanje cjeline**

**Aktivnost 1 – Zadatci za ponavljanje cjeline**

Učenici rješavaju zadatke za ponavljanje cjeline: 253.a,b, 254.a,b, 255.a,b, 256.a,b, 258., 259.a, 261., 262., 268., 270.a,b,272.a,b, 273.a,b, 275.d, 277.a,c, 278.a,c, 279.a, 280.b, 281.a, 284,a,c, 285.c, 287.b, 288.b, 289.c, 290.b, 291.c.

Učenici samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje). U toku sata učitelj postavlja pitanja o usvojenim znanjima i postupcima za rješavanje (vrednovanje za učenje).

Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnost 1 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnosti 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 1 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbe za učenike s teškoćama**

* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Domaća zadaća**

Zadatci za ponavljanje cjeline: 253.c, 254.c, 255.c, 256.c, 257.c, 259.b, 263., 269., 271.c, 272.c, 274.e, 275.e, 277.b, 278.b, 279.b, 280.a, 282.a, 284,b, 285.b, 288.a, 289.d, 290.a, 291.a.

* **Priprema za ispit znanja**

**Aktivnost 1 – Priprema za ispit znanja**

Učenici rješavaju zadatke iz Pripreme za ispit znanja.

Učenici samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

U toku sata učitelj postavlja pitanja o usvojenim znanjima i postupcima za rješavanje (vrednovanje za učenje).

Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnost 1 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnosti 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 1 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbe za učenike s teškoćama**

* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 253.d, 260.b, 265., 267., 273.b, 276.d, 279.c, 283.b, 285.e, 288.c, 289.e, 290.c, 291.d
* **Ispit znanja**

Ispit znanja obuhvaća zadatke za vrednovanje učeničkih postignuća.

Učenici rješavaju zadatke prve cjeline Realni brojevi iz kompleta:

* K. Blažević, M. Hofer, M. Ivančić: MATEMATIKA 8, zadatci za vrednovanje učeničkih postignuća iz matematike u sedmom razredu osnovne škole
* M. Matijević: MATEMATIKA 8 zadatci za vrednovanje učeničkih postignuća u sedmom razredu osnovne škole

Nakon podjele Ispita znanja učitelj učenicima daje upute za rad. Učenici trebaju dobro i pažljivo pročitati tekst zadatka, analizirati sve popratne slike, dijagrame, tablice i sl. Zadatke ne trebaju rješavati onim redoslijedom kako su napisani. Poželjno je planirati dio vremena posvetiti kontroliranju točnosti riješenih zadataka.

Ispit znanja treba pisati što urednije i preglednije. 5 minuta prije kraja sata upozoriti na vrijeme pisanja. Na kraju sata učitelj će pokupiti Ispite znanja.

* **Analiza pisanog ispita znanja**

Učitelj dijeli ispravljene Pisane ispite znanja, ispisuje bodovnu ljestvicu na ploču i analizira riješenost zadataka. Složenije zadatke i/ili one zadatke koji imaju lošiju riješenost učenici rješavaju na ploči.

Učenici pomažu jedni drugima u analizi ispita znanja te rade u heterogenim parovima.